

(問題 201)

t を媒介変数とするとき

$x = 3t^2, y = 3t - t^3$ で表される曲線を図示せよ。またこの曲線によって囲まれる部分の面積を求めよ。

(問題 202)

直線 $l: y = -x + k$ と楕円 $C: x^2 + 4y^2 = 1$ を考える。 l と C が異なる 2 点 P, Q で交わるよう

な k の値の範囲は \square である。このとき、 $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$ とすると、

$x_1 + x_2 = \text{イ} \square, y_1 + y_2 = \text{ウ} \square$ であり、

線分 PQ の中点 M の座標は $(\text{エ} \square, \text{オ} \square)$ である。

したがって、 M は直線 $y = \text{カ} \square$ 上にある。

(問題 203)

2 点 $(0,1), (0,-1)$ を焦点とする双曲線 C_1 と 2 点 $(1,0), (-1,0)$ を焦点としている

楕円 C_2 は、2 点 $\left(0, \frac{1}{2}\right), \left(0, -\frac{1}{2}\right)$ のみを共有している。

(1) C_1 と C_2 の方程式を、それぞれ求めよ。

(2) C_1 と漸近線を共有し、 C_1 と異なる双曲線を C_3 とする。 C_2 と C_3 が 2 点のみを共有するとき、 C_3 の方程式を求めよ。

(問題 204)

p, q, r を正の実数とする。 x を r 倍し q を加える x の関数を $f(x)$ とする。

$$a_1 = f(p)$$

$$a_n = f(a_{n-1})$$

n は 2 以上の整数

として、以下の問いに答えよ。

(1) a_3 を求めよ。

(2) a_n を求めよ。

任意の n について $\lim_{k \rightarrow \infty} a_k = a_n$ を満たす p を求めよ。

(問題 205)

曲線 $C: y = \sin x \left(0 < x < \frac{\pi}{2} \right)$ を考える。 C 上の点 P における C の法線を l とする。

(1) 法線 l が点 $Q(0,1)$ を通るような点 P がただ 1 つ存在することを示せ。

(2) (1) の条件を満たす点 P に対し、直線 l 、曲線 C 、直線 $y=1$ で囲まれる部分の面積を S_1 とする。直線 l 、曲線 C 、 x 軸で囲まれる部分の面積を S_2 とする。

S_1 と S_2 の大小を比較せよ。

(問題 206)

$x > 0$ で定義された関数 $f(x) = x^2 \sin \frac{\pi}{x^2}$ を考える。 n を自然数とし、点 $\left(\frac{1}{\sqrt{n}}, 0 \right)$ にお

ける曲線 $y = f(x)$ の接線を l_n とする。 2 直線 l_n, l_{n+1} の交点の座標を (a_n, b_n) とおくと、次の問いに答えよ。

(1) a_n を n を用いて表せ。

(2) 数列 $\{n^p | b_n|\}$ が正の値に収束するような定数 p を定め、そのときの極限值を求めよ。

(問題 207)

xy 平面の原点 O を中心とする半径 4 の円 E がある。

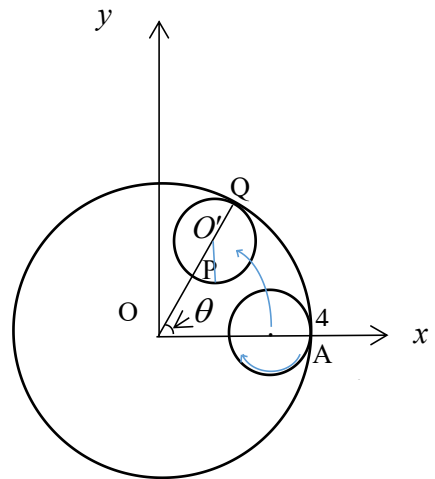
半径 1 の円 C が、内部から円 E に接しながらすべることなく転がって反時計回りに 1 周する。このとき、円 C の周上に固定された点 P の軌跡を考える。ただし、初めに点 P は $(4,0)$ の位置にあるものとする。

(1) 図のように、 x 軸と円 C の中心のなす角度が $\theta (0 \leq \theta \leq 2\pi)$ となったときの点 P の座標

(x, y) を θ を用いて表せ。

(2)

θ 点 P の軌跡の長さを求めよ。



(問題 208)

O を原点とする xyz 空間に点 $P_k \left(\frac{k}{n}, 1 - \frac{k}{n}, 0 \right) (k = 0, 1, 2, \dots, n)$ をとる。また、 z 軸上 $z \geq 0$

の部分に、点 Q_k を線分 $P_k Q_k$ の長さが 1 になるようにとる。三角錐 $OP_k P_{k+1} Q_k$ の体積を V_k

とにおいて、極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^{n-1} V_k$ を求めよ。

(問題 209)

a, b を正の数、平面上の 2 点 $A(-a, 0), B(0, -b)$ を通る楕円

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ を E とする。 E 上にある第 1 象限の点を C とし、その点における E の接線を L

とする。次の問いに答えよ。

(1) L と直線 AB が平行になるような点 C を求めよ。

(2) (1) で求めた C と A を通る直線と E とに囲まれる、原点を含まない部分の面積を求めよ。

(問題 210)

微分方程式 $\left(y + \frac{dy}{dx} \right) \sin x = y \cos x$ について

(1) 微分方程式を解け

(2) この微分方程式の解 $y = f(x)$ で、区間 $0 \leq x \leq \pi$ において曲線 $y = f(x)$ と x 軸とによって囲まれる図形の面積が $e^{-\pi} + 1$ となるものを求めよ。