

(問題 9 1)

$a$  を 0 でない実数の定数とするとき, 不等式

$$x + \frac{1}{ax} > 1 + \frac{1}{a} \text{ を解け。}$$

(問題 9 2)

$x$  に関する次の不等式を解け。

$$\frac{1}{x+a} + \frac{2a}{x-a} > \frac{x^2+x-a}{x^2-a^2}$$

(問題 9 3)

$a, b$  を正の数とする。

$$\sqrt{2} \text{ は } \frac{b}{a} \text{ と } \frac{a+2b}{a+b} \text{ の間にあることを示せ。}$$

(問題 9 4)

$$C_1: x^2 + y^2 = 25, C_2: (x-4)^2 + (y-3)^2 = 2$$

(1) 円  $C_1$  と円  $C_2$  の交点を通る直線の方程式を求めよ。

(2) 円  $C_1$  と円  $C_2$  の交点を通り点  $(3,1)$  を通る円の方程式を求めよ。

(問題 9 5)

$n$  を正の整数とする。

$x + y + z \leq n, -x + y - z \leq n, x - y - z \leq n, -x - y + z \leq n$  であるとき、

点  $P(x, y, z)$  で  $x, y, z$  が整数であるものの個数を  $f(n)$  とおく。 $f(n)$  を求めよ。

(問題 9 6)

箱の中に 1 から  $n$  までの数が 1 つずつ書かれている  $n$  枚のカードが入っている。

この箱の中から 1 枚ずつカードを取り出す操作を  $r$  回 ( $1 \leq r \leq n$ ) 行って出た順に

$x_1, x_2, \dots, x_r$  とする。

(1) 取り出したカードを箱へ戻さない場合

$x_1 < x_2 < \dots < x_r$  である確率を求めよ。

(2) 取り出したカードを箱へ 1 回ごとに箱に戻す場合

$x_1 < x_2 < \dots < x_r$  である確率を求めよ。

(問題 9 7)

(1) 次の 3 条件 1 (A), (B), (C) を満たす整数の組  $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$  の個数を求めよ。

$$(A) a_1 \geq 1 \quad (B) a_5 \leq 4 \quad (C) a_i \leq a_{i+1} (i = 1, 2, 3, 4)$$

(2) 次の 3 条件 1 (A), (B), (C) を満たす整数の組  $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$  の個数を求めよ。

$$(A) a_1 \geq 1 \quad (B) a_i \geq 0 (i = 2, 3, 4, 5) \quad (C) a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 \leq 4$$

(3)  $n$ 桁の自然数で各桁の数字の合計が  $r$ 以下となるものの個数を  $n, r$ を用いて表せ。ただし  $n \geq 1, r \leq 9$  とする。  $n$ 個とる場合の数

(問題 9 8)

赤玉  $m$  個, 白玉  $(N - m)$  個を混ぜ合わせて無作為に横 1 列に並べ, 左から順に  $1, 2, 3, \dots, N - 1, N$  と番号をつけ, 赤玉の番号を表す数の和を  $R$  とする。

すべての並べ方を考えて  $R$  の最小値を  $a$ , 最大値を  $b$  とする。ただし,  $m \geq 2, N - m \geq 2$  である。

(1)  $a, b$  の値を求めよ

(2)  $R = a$  となる確率を求めよ

(3)  $R \leq a + 2$  となる確率を求めよ。

(4)  $k$  番目の球が赤である確率を求めよ。ただし,  $1 \leq k \leq N$  とする。

(問題 9 9)

$n$ 桁の自然数でちょうど 2 種類の文字から成り立っているものの個数を求めよ。

(問題 1 0 0)

$x$  の多項式  $g(x)$  に対して

$$\int_0^x e^t g(x - t) dt = 3x^2 - 2x$$

が成立するとき  $g(x)$  を求めよ。