

(問題 9 1)

a を 0 でない実数の定数とするとき, 不等式

$$x + \frac{1}{ax} > 1 + \frac{1}{a} \text{ を解け。}$$

(問題 9 2)

x に関する次の不等式を解け。

$$\frac{1}{x+a} + \frac{2a}{x-a} > \frac{x^2+x-a}{x^2-a^2}$$

(問題 9 3)

a, b を正の数とする。

$$\sqrt{2} \text{ は } \frac{b}{a} \text{ と } \frac{a+2b}{a+b} \text{ の間にあることを示せ。}$$

(問題 9 4)

$$C_1: x^2 + y^2 = 25, C_2: (x-4)^2 + (y-3)^2 = 2$$

(1) 円 C_1 と円 C_2 の交点を通る直線の方程式を求めよ。

(2) 円 C_1 と円 C_2 の交点を通り点 $(3,1)$ を通る円の方程式を求めよ。

(問題 9 5)

n を正の整数とする。

$x + y + z \leq n, -x + y - z \leq n, x - y - z \leq n, -x - y + z \leq n$ であるとき、

点 $P(x, y, z)$ で x, y, z が整数であるものの個数を $f(n)$ とおく。 $f(n)$ を求めよ。

(問題 9 6)

箱の中に 1 から n までの数が 1 つずつ書かれている n 枚のカードが入っている。

この箱の中から 1 枚ずつカードを取り出す操作を r 回 ($1 \leq r \leq n$) 行って出た順に

x_1, x_2, \dots, x_r とする。

(1) 取り出したカードを箱へ戻さない場合

$x_1 < x_2 < \dots < x_r$ である確率を求めよ。

(2) 取り出したカードを箱へ 1 回ごとに箱に戻す場合

$x_1 < x_2 < \dots < x_r$ である確率を求めよ。

(問題 9 7)

(1) 次の 3 条件 1 (A), (B), (C) を満たす整数の組 $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$ の個数を求めよ。

$$(A) a_1 \geq 1 \quad (B) a_5 \leq 4 \quad (C) a_i \leq a_{i+1} (i = 1, 2, 3, 4)$$

(2) 次の 3 条件 1 (A), (B), (C) を満たす整数の組 $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$ の個数を求めよ。

$$(A) a_1 \geq 1 \quad (B) a_i \geq 0 (i = 2, 3, 4, 5) \quad (C) a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 \leq 4$$

(3) n 桁の自然数で各桁の数字の合計が r 以下となるものの個数を n, r を用いて表せ。
ただし $n \geq 1, r \leq 9$ とする。 n 個とる場合の数

(問題 9 8)

赤玉 m 個, 白玉 $(N - m)$ 個を混ぜ合わせて無作為に横 1 列に並べ, 左から順に $1, 2, 3, \dots, N - 1, N$ と番号をつけ, 赤玉の番号を表す数の和を R とする。

すべての並べ方を考えて R の最小値を a , 最大値を b とする。ただし, $m \geq 2, N - m \geq 2$ である。

(1) a, b の値を求めよ

(2) $R = a$ となる確率を求めよ

(3) $R \leq a + 2$ となる確率を求めよ。

(4) k 番目の球が赤である確率を求めよ。ただし, $1 \leq k \leq N$ とする。

(問題 9 9)

n 桁の自然数でちょうど 2 種類の文字から成り立っているものの個数を求めよ。

(問題 1 0 0)

x の多項式 $g(x)$ に対して

$$\int_0^x e^t g(x - t) dt = 3x^2 - 2x$$

が成立するとき $g(x)$ を求めよ。