

(問題 201)

t を媒介変数とするとき

$x = 3t^2, y = 3t - t^3$ で表される曲線を図示せよ。またこの曲線によって囲まれる部分の面積を求めよ。

(問題 202)

直線 $l: y = -x + k$ と楕円 $C: x^2 + 4y^2 = 1$ を考える。 l と C が異なる 2 点 P, Q で交わるよう

な k の値の範囲は ア である。このとき、 $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$ とすると、

$x_1 + x_2 = \text{イ}$, $y_1 + y_2 = \text{ウ}$ であり、

線分 PQ の中点 M の座標は $(\text{エ}$, オ) である。

したがって、 M は直線 $y = \text{カ}$ 上にある。

(問題 203)

2 点 $(0,1), (0,-1)$ を焦点とする双曲線 C_1 と 2 点 $(1,0), (-1,0)$ を焦点としている

楕円 C_2 は、2 点 $\left(0, \frac{1}{2}\right), \left(0, -\frac{1}{2}\right)$ のみを共有している。

(1) C_1 と C_2 の方程式を、それぞれ求めよ。

(2) C_1 と漸近線を共有し、 C_1 と異なる双曲線を C_3 とする。 C_2 と C_3 が 2 点のみを共有するとき、 C_3 の方程式を求めよ。

(問題 204)

p, q, r を正の実数とする。 x を r 倍し q を加える x の関数を $f(x)$ とする。

$$a_1 = f(p)$$

$$a_n = f(a_{n-1})$$

n は 2 以上の整数

として、以下の問いに答えよ。

(1) a_3 を求めよ。

(2) a_n を求めよ。

(3) 任意の n について $\lim_{k \rightarrow \infty} a_k = a_n$ を満たす p を求めよ。

(問題 205)

曲線 $C: y = \sin x \left(0 < x < \frac{\pi}{2} \right)$ を考える。 C 上の点 P における C の法線を l とする。

(1) 法線 l が点 $Q(0,1)$ を通るような点 P がただ 1 つ存在することを示せ。

(2) (1) の条件を満たす点 P に対し、直線 l 、曲線 C 、直線 $y=1$ で囲まれる部分の面積を S_1

とする。直線 l 、曲線 C 、 x 軸で囲まれる部分の面積を S_2 とする。

S_1 と S_2 の大小を比較せよ。

(問題 206)

$x > 0$ で定義された関数 $f(x) = x^2 \sin \frac{\pi}{x^2}$ を考える。 n を自然数とし、点 $\left(\frac{1}{\sqrt{n}}, 0 \right)$ におけ

る曲線 $y = f(x)$ の接線を l_n とする。 2 直線 l_n, l_{n+1} の交点の座標を (a_n, b_n) とおくと、

次の問いに答えよ。

(1) a_n を n を用いて表せ。

(2) 数列 $\{n^p | b_n | \}$ が正の値に収束するような定数 p を定め、そのときの極限值を求めよ。